# 第 11 講　三角比(3)

**例題 11 ー 1**

△ABC において，外接円の半径を $R$ とする．次のものを求めよ．

(1)　$a=5$，$A=30°$，$B=45°$ のとき　$b$

(2)　$b=1$，$c=\sqrt{3}$，$C=120°$ のとき　$B$，$A$

(3)　$a=10$，$A=60°$ のとき　$R$

**【Point Pickup】**



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**類題 11 − 1**

△ABC において，外接円の半径を $R$ とする．次のものを求めよ．

(1)　$b=6$，$A=45°$，$B=60°$ のとき　$a$

(2)　$b=\sqrt{6}$，$c=2$，$C=45°$ のとき　$B$，$A$

(3)　$a=4$，$A=30°$ のとき　$R$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**例題 11 － 2**

△ABC において，次のものを求めよ．

(1)　$a=3$，$b=4$，$C=120^\circ$ のとき　$c$

(2)　$a=13$，$b=7$，$c=15$ のとき　$A$

(3)　$c=2\sqrt{6}$，$a=4$，$C=60^\circ$ のとき　$b$

**【Point Pickup】**

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**類題 11 ー 2**

△ABC において，次のものを求めよ．

(1)　$b=3$，$c=2\sqrt{3}$，$A=30^\circ$ のとき　$a$

(2)　$a=\sqrt{2}$，$b=\sqrt{10}$，$c=2$ のとき　$B$

(3)　$a=2$，$b=\sqrt{6}$，$B=60^\circ$ のとき　$c$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**例題 11 － 3**

次の各場合について，△ABC の残りの辺と角の大きさを求めよ．

(1)　$a=2\sqrt{3}$，$c=3-\sqrt{3}$，$B=120^\circ$

(2)　$a=8$，$A=45^\circ$，$C=30^\circ$

**【Point Pickup】**



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**類題 11－3**

次の各場合について，△ABC の残りの辺と角の大きさを求めよ．

(1)　$b=\sqrt{2}$，$c=\sqrt{3}-1$，$A=135^\circ$

(2)　$a=\sqrt{2}$，$B=45^\circ$，$C=105^\circ$


ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**例題 11 ー 4**

次のような △ABC の面積 $S$ を求めよ.

(1)　$a=6$, $b=5$, $C=30°$

(2)　$a=6$, $b=7$, $c=11$

**【Point Pickup】**

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**類題 11 ー 4**

次のような △ABC の面積 $S$ を求めよ．

(1)　$a=2\sqrt{2}$，$c=3$，$B=45^\circ$

(2)　$a=8$，$b=6$，$c=4$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第11講　三角比(3)

(1)　△ABC において，外接円の半径を $R$ とする．$B=60°$，$C=75°$，$b=2\sqrt{6}$ のとき，
$a=$ ア ，$R=$ イ $\sqrt{\text{ウ}}$ である．

(2)　△ABC において　$a=\sqrt{6}$，$b=\sqrt{3}-1$，$C=45°$ のとき，$c=$ エ である．

(3)　△ABC において　$a=7$，$c=5$，$A=60°$ のとき，$b=$ オ である．また，△ABC の面積は カキ $\sqrt{\text{ク}}$ である．

(4)　$a=3$，$b=6$，$c=7$ である △ABC の面積は ケ $\sqrt{\text{コ}}$ である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第11講　三角比(3)

**例題11－1**

△ABCにおいて，外接円の半径を$R$とする．次のものを求めよ．

(1)　$a=5$，$A=30°$，$B=45°$のとき　$b$

(2)　$b=1$，$c=\sqrt{3}$，$C=120°$のとき　$B$，$A$

(3)　$a=10$，$A=60°$のとき　$R$

(1)　正弦定理より　$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$　つまり　$\dfrac{5}{\sin 30°}=\dfrac{b}{\sin 45°}$

$b=\dfrac{5}{\sin 30°}\cdot\sin 45°=5\cdot 2\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\mathbf{5\sqrt{2}}$

(2)　正弦定理より　$\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$　つまり　$\dfrac{1}{\sin B}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sin 120°}$

$\sin B=\dfrac{\sin 120°}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2}$　　$C=120°$より　$B<60°$　　よって　$B=\mathbf{30°}$

$A=180°-(120°+30°)=\mathbf{30°}$

(3)　正弦定理より　$\dfrac{a}{\sin A}=2R$　つまり　$\dfrac{10}{\sin 60°}=2R$

$R=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{10}{\sin 60°}=\dfrac{1}{2}\cdot 10\cdot\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{10}{\sqrt{3}}=\mathbf{\dfrac{10\sqrt{3}}{3}}$

**類題11－1**

△ABCにおいて，外接円の半径を$R$とする．次のものを求めよ．

(1)　$b=6$，$A=45°$，$B=60°$　のとき　$a$

(2)　$b=\sqrt{6}$，$c=2$，$C=45°$のとき　$B$，$A$

(3)　$a=4$，$A=30°$のとき　$R$

(1)　正弦定理より　$\dfrac{a}{\sin 45°}=\dfrac{6}{\sin 60°}$

$a=\dfrac{6}{\sin 60°}\cdot\sin 45°=6\cdot\dfrac{2}{\sqrt{3}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\mathbf{2\sqrt{6}}$

(2)　正弦定理より　$\dfrac{\sqrt{6}}{\sin B}=\dfrac{2}{\sin 45°}$

$\sin B=\sqrt{6}\cdot\dfrac{\sin 45°}{2}=\sqrt{6}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$C=45°$より　$B<135°$　よって　$B=60°$，$120°$

$B=\mathbf{60°}$　のとき　$A=180°-(45°+60°)=\mathbf{75°}$

$B=\mathbf{120°}$　のとき　$A=180°-(45°+120°)=\mathbf{15°}$

(3)　正弦定理より　$\dfrac{4}{\sin 30°}=2R$　　すなわち　　$R=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{4}{\sin 30°}=\dfrac{1}{2}\cdot 4\cdot 2=\mathbf{4}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**例題 11 － 2**

△ABC において，次のものを求めよ．

(1)　$a=3$，$b=4$，$C=120^\circ$ のとき　$c$

(2)　$a=13$，$b=7$，$c=15$ のとき　$A$

(3)　$c=2\sqrt{6}$，$a=4$，$C=60^\circ$ のとき　$b$

(1)　余弦定理より

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=3^2+4^2-2\cdot3\cdot4\cdot\cos120^\circ$$

$$=9+16-2\cdot3\cdot4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=37$$

$c>0$ より　$c=\sqrt{\mathbf{37}}$

(2)　余弦定理より　$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{7^2+15^2-13^2}{2\cdot7\cdot15}=\dfrac{105}{2\cdot7\cdot15}=\dfrac{1}{2}$

よって　$A=\mathbf{60^\circ}$

(3)　余弦定理より　$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

つまり　$(2\sqrt{6})^2=4^2+b^2-2\cdot4\cdot b\cdot\cos60^\circ$

$b^2-4b-8=0$

$b>0$ より　$b=\mathbf{2+2\sqrt{3}}$

**類題 11 － 2**

△ABC において，次のものを求めよ．

(1)　$b=3$，$c=2\sqrt{3}$，$A=30^\circ$ のとき　$a$

(2)　$a=\sqrt{2}$，$b=\sqrt{10}$，$c=2$ のとき　$B$

(3)　$a=2$，$b=\sqrt{6}$，$B=60^\circ$ のとき　$c$

(1)　余弦定理より

$$a^2=3^2+(2\sqrt{3})^2-2\cdot3\cdot2\sqrt{3}\cdot\cos30^\circ$$

$$=9+12-12\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=3$$

$a>0$ より　$a=\sqrt{\mathbf{3}}$

(2)　余弦定理より　$\cos B=\dfrac{2^2+(\sqrt{2})^2-(\sqrt{10})^2}{2\cdot2\cdot\sqrt{2}}=\dfrac{-4}{2\cdot2\cdot\sqrt{2}}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

よって　$B=\mathbf{135^\circ}$

(3)　余弦定理より　$(\sqrt{6})^2=c^2+2^2-2\cdot c\cdot2\cdot\cos60^\circ$

$c^2-2c-2=0$

$c>0$ より　$c=\mathbf{1+\sqrt{3}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**例題 11 − 3**

次の各場合について，△ABC の残りの辺と角の大きさを求めよ.

(1)　$a=2\sqrt{3}$，$c=3-\sqrt{3}$，$B=120°$

(2)　$a=8$，$A=45°$，$C=30°$

(1)　余弦定理より

$$b^2=(3-\sqrt{3})^2+(2\sqrt{3})^2-2\cdot(3-\sqrt{3})\cdot 2\sqrt{3}\cdot\cos 120°$$

$$=9-6\sqrt{3}+3+12-4\sqrt{3}(3-\sqrt{3})\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=18$$

$b>0$ より　$b=\mathbf{3\sqrt{2}}$

正弦定理より

$$\frac{2\sqrt{3}}{\sin A}=\frac{3\sqrt{2}}{\sin 120°}$$

$$\sin A=\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\sin 120°$$

$$=\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$B=120°$ より　$A<60°$　　よって　$A=\mathbf{45°}$

$C=180°-(120°+45°)=\mathbf{15°}$

(2)　正弦定理より

$$\frac{c}{\sin 30°}=\frac{8}{\sin 45°}$$

$$c=\frac{8}{\sin 45°}\cdot\sin 30°$$

$$=8\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2}=\mathbf{4\sqrt{2}}$$

$B=180°-(45°+30°)=\mathbf{105°}$

余弦定理より

$(4\sqrt{2})^2=b^2+8^2-2\cdot 8\cdot b\cdot\cos 30°$

$b^2-8\sqrt{3}b+32=0$

$b=4\sqrt{3}\pm 4$

$B$ が最大角より $b$ が最大辺

よって　$b=\mathbf{4\sqrt{3}+4}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**類題 11－3**

次の各場合について，△ABC の残りの辺と角の大きさを求めよ．

(1)　$b=\sqrt{2}$，$c=\sqrt{3}-1$，$A=135°$

(2)　$a=\sqrt{2}$，$B=45°$，$C=105°$

(1)　余弦定理より

$$a^2=(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3}-1)^2-2\cdot\sqrt{2}\cdot(\sqrt{3}-1)\cdot\cos 135°$$

$$=2+3-2\sqrt{3}+1-2\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=4$$

$a>0$ より　$a=\mathbf{2}$

正弦定理より

$$\frac{\sqrt{2}}{\sin B}=\frac{2}{\sin 135°}$$

$$\sin B=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 135°$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$$

$A=135°$ より　$B<45°$　　よって　$B=\mathbf{30°}$

$C=180°-(135°+30°)=\mathbf{15°}$

(2)　$A=180°-(45°+105°)=\mathbf{30°}$

正弦定理より

$$\frac{b}{\sin 45°}=\frac{\sqrt{2}}{\sin 30°}$$

$$b=\frac{\sqrt{2}}{\sin 30°}\cdot\sin 45°$$

$$=\sqrt{2}\cdot 2\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\mathbf{2}$$

余弦定理より

$$2^2=c^2+(\sqrt{2})^2-2\cdot c\cdot\sqrt{2}\cdot\cos 45°$$

$$c^2-2c-2=0$$

$$c=1\pm\sqrt{3}$$

$c>0$ より　$c=\mathbf{1+\sqrt{3}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

**例題 11 − 4**

次のような △ABC の面積 $S$ を求めよ．

(1)　$a=6,\ b=5,\ C=30^\circ$

(2)　$a=6,\ b=7,\ c=11$

(1)　$S=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}\cdot 6\cdot 5\cdot \sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}\cdot 6\cdot 5\cdot \dfrac{1}{2}=\boldsymbol{\dfrac{15}{2}}$

(2)　余弦定理より　$\cos C=\dfrac{36+49-121}{2\cdot 6\cdot 7}=\dfrac{-36}{2\cdot 6\cdot 7}=-\dfrac{3}{7}$

$\sin^2 C=1-\cos^2 C=1-\left(-\dfrac{3}{7}\right)^2=\dfrac{40}{49}$

$\sin C>0$ より　$\sin C=\dfrac{2\sqrt{10}}{7}$

よって　$S=\dfrac{1}{2}ab\sin C$

$=\dfrac{1}{2}\cdot 6\cdot 7\cdot \dfrac{2\sqrt{10}}{7}=\boldsymbol{6\sqrt{10}}$

**類題 11 − 4**

次のような △ABC の面積 $S$ を求めよ．

(1)　$a=2\sqrt{2},\ c=3,\ B=45^\circ$

(2)　$a=8,\ b=6,\ c=4$

(1)　$S=\dfrac{1}{2}ca\sin B=\dfrac{1}{2}\cdot 3\cdot 2\sqrt{2}\cdot \sin 45^\circ=\dfrac{1}{2}\cdot 3\cdot 2\sqrt{2}\cdot \dfrac{1}{\sqrt{2}}=\boldsymbol{3}$

(2)　余弦定理より　$\cos A=\dfrac{36+16-64}{2\cdot 6\cdot 4}=\dfrac{-12}{2\cdot 6\cdot 4}=-\dfrac{1}{4}$

$\sin^2 A=1-\cos^2 A=1-\dfrac{1}{16}=\dfrac{15}{16}$

$\sin A>0$　より　$\sin A=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

よって　$S=\dfrac{1}{2}bc\sin A$

$=\dfrac{1}{2}\cdot 6\cdot 4\cdot \dfrac{\sqrt{15}}{4}=\boldsymbol{3\sqrt{15}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

# 第 11 講　三角比(3)

(1)　△ABC において，外接円の半径を $R$ とする．$B=60°$，$C=75°$，$b=2\sqrt{6}$ のとき，$a=$ ア ，$R=$ イ $\sqrt{\text{ウ}}$ である．

(2)　△ABC において　$a=\sqrt{6}$，$b=\sqrt{3}-1$，$C=45°$ のとき，$c=$ エ である．

(3)　△ABC において　$a=7$，$c=5$，$A=60°$ のとき，$b=$ オ である．また，△ABC の面積は カキ $\sqrt{\text{ク}}$ である．

(4)　$a=3$，$b=6$，$c=7$ である △ABC の面積は ケ $\sqrt{\text{コ}}$ である．

**解答例**

(1)　$A=180°-(60°+75°)=45°$

正弦定理より

$$\frac{a}{\sin 45°}=\frac{2\sqrt{6}}{\sin 60°} \qquad a=\frac{2\sqrt{6}}{\sin 60°}\cdot\sin 45°=2\sqrt{6}\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=\mathbf{4}$$

$$\frac{2\sqrt{6}}{\sin 60°}=2R \qquad R=\frac{1}{2}\cdot\frac{2\sqrt{6}}{\sin 60°}=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{6}\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}=\mathbf{2\sqrt{2}}$$

(2)　余弦定理より

$$c^2=(\sqrt{6})^2+(\sqrt{3}-1)^2-2\cdot\sqrt{6}\cdot(\sqrt{3}-1)\cdot\cos 45°$$

$$=6+3-2\sqrt{3}+1-2\sqrt{6}(\sqrt{3}-1)\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=4$$

$c>0$ より　$c=\mathbf{2}$

(3)　余弦定理より

$$7^2=b^2+5^2-2\cdot b\cdot 5\cdot\cos 60°$$

$$b^2-5b-24=0 \qquad (b-8)(b+3)=0$$

$b>0$ より　$b=\mathbf{8}$

$$\triangle ABC=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 5\cdot\sin 60°=\mathbf{10\sqrt{3}}$$

(4)　余弦定理より

$$\cos C=\frac{3^2+6^2-7^2}{2\cdot 3\cdot 6}=\frac{-4}{2\cdot 3\cdot 6}=-\frac{1}{9}$$

$$\sin^2 C=1-\cos^2 C=1-\left(-\frac{1}{9}\right)^2=\frac{80}{81}$$　$\sin C>0$ より　$\sin C=\dfrac{4\sqrt{5}}{9}$

よって　$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}\cdot 3\cdot 6\cdot\dfrac{4\sqrt{5}}{9}=\mathbf{4\sqrt{5}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。